1 Mechanik

1.1 100 Auswertung von Messungen

....

1.2 102 Silvesterrakete

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \ a,\ t_{Brennschluss}}}$$

a.)

$$s_{Gesamt} = s_{Brennschluss} + s_{Feiflung}$$

$$\boxed{s_{Brennschluss} = \frac{1}{2}(a-g)\cdot t_{Brennschluss}{}^{2}}$$

$$\boxed{s_{Freiflug} = \frac{1}{2}g\cdot t_{Freiflug}{}^{2}} \Leftarrow t_{Freiflug} = \frac{v_{Brennschluss}}{g} \Leftarrow \boxed{v_{Brennschluss} = (a-g)\cdot t_{Brennschluss}}$$

$$s_{Freiflug} = \frac{1}{2}g\cdot\frac{(a-g)^2\cdot t_{Brennschluss}{}^{2}}{g^2} = \frac{(a-g)^2\cdot t_{Brennschluss}{}^{2}}{2g}$$

$$\underline{\underline{s_{Gesamt} = \frac{(a-g)\cdot t_{Brennschluss}{}^{2}}{2} + \frac{(a-g)^2\cdot t_{Brennschluss}{}^{2}}{2g}}}$$

b.)

$$t_{Gesamt} = t_{Brennschluss} + t_{Freiflug} + t_{Fall}$$

$$\boxed{s_{Fall} = \frac{1}{2}g\cdot t_{Fall}{}^{2}} \Leftrightarrow t_{Fall} = \sqrt{\frac{2\cdot s_{Fall}}{g}}$$

$$\underline{\underline{t_{Gesamt} = t_{Brennschluss} + \frac{(a-g)\cdot t_{Brennschluss}}{g} + \sqrt{\frac{2\cdot s_{Fall}}{g}}}}$$

c.)

$$\boxed{v_{Aufschlag} = g\cdot t_{Fall}}$$

$$\underline{\underline{v_{Aufschlag} = g\cdot\sqrt{\frac{2\cdot s_{Freiflug}}{g}}}}$$

1.3 106 Aufzugskabine

$$\boxed{Gegeben:\ m_A,\ m_G,\ m_M,\ h,\ s}$$

a.)

$$\boxed{F_{Fall} = m_{Gesamt} \cdot a_{Fall}} \Leftrightarrow a_{Fall} = \frac{F_{Fall}}{m_{Gesamt}}$$

$$F_{Fall} = g\left(m_A + m_M\right) - g \cdot m_G$$

$$m_{Gesamt} = m_A + m_M + m_G$$

$$\underline{\underline{a_{Fall} = \frac{g\left(m_A + m_M\right) - g \cdot m_G}{m_A + m_M + m_G}}}$$

b.)

$$F_{Scheinbar} = F_{Gravitation} - F_{Fallbeschleunigung}$$

$$\boxed{F_{Fallbeschleunigung} = a_{Fall} \cdot m_M}$$

$$\boxed{F_{Gravitation} = g \cdot m_M}$$

$$\underline{\underline{F_{Scheinbar} = m_M\left(g - a_{Fall}\right)}}$$

c.)

$$\boxed{F_{Beine} = m_M \cdot a_{Brems}}$$

a_{Brems} ermitteln:

$$\boxed{s_{Brems} = \frac{1}{2} \cdot a_{Brems} \cdot t_{Brems}^{\ 2}} \Rightarrow a_{Brems} = \frac{2 \cdot s_{Brems}}{t_{Brems}^{\ 2}}$$

t_{Brems} ermitteln:

$$\boxed{s_{Brems} = \frac{1}{2} a_{Brems} \cdot t_{Brems}^{\ 2}} \text{ mit } \boxed{a_{Brems} = \frac{v_{Aufprall}}{t_{Brems}}} \text{ ergibt: } t_{Brems} = \frac{2 \cdot s_{Brems}}{v_{Aufprall}}$$

$v_{Aufprall}$ ermitteln:

$$\boxed{v_{Aufprall} = a_{Fall} \cdot t_{Fall}} \text{ mit } \boxed{s_{Fall} = \frac{1}{2} a_{Fall} \cdot t_{Fall}^{\ 2}} \Rightarrow t_{Fall} = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{Fall}}{a_{Fall}}} \text{ ergibt: } v_{Aufprall} = a_{Fall} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot s_{Fall}}{a_{Fall}}}$$

F_{Beine} ermitteln:

$$\underline{\underline{F_{Beine} = m_M \cdot a_{Brems} = m_M \cdot a_{Fall} \cdot \frac{s_{Fall}}{s_{Brems}}}}$$

1.4 108 Lokomotive

$$\boxed{Gegeben:\ m_{Zug},\ \%_{Steigung},\ v_{Anfang},\ v_{Ende},\ s,\ \mu}$$

a.)

$$\alpha_{Steigung} = \arctan\left(\%_{Steigung}\right)$$

$$F_{Gesamt} = F_{Beschleunigung} + F_{Reibung} + F_{Hangabtriebskraft}$$

$F_{Beschleunigung}$ ermitteln:

$$\boxed{F_{Beschleunigung} = m_{Zug} \cdot a}$$

a ermitteln:

$$\boxed{s = \frac{1}{2} a \cdot t_{Beschleunigung}{}^2 + v_{Anfang} \cdot t_{Beschleunigung}}$$

$t_{Beschleunigung}$ ersetztzen duch:

$$\left(v_{Ende} - v_{Anfang}\right) = \boxed{\Delta v = a \cdot t_{Beschleunigung}} \Leftrightarrow t_{Beschleunigung} = \frac{\Delta v}{a}$$

ergibt:

$$s = \frac{1}{2} \cancel{a} \cdot \frac{\Delta v^2}{a^{\cancel{2}}} + v_{Anfang} \cdot \frac{\Delta v}{a} \Leftrightarrow a = \frac{\Delta v\left(\Delta v + 2v_{Anfang}\right)}{2s}$$

ergibt:

$$F_{Beschleunigung} = m_{Zug} \cdot \frac{\Delta v\left(\Delta v + 2v_{Anfang}\right)}{2s}$$

F_{Reibung} ermitteln:

$$F_{\text{Reibung}} = F_{Graviation} \cdot \cos\left(\alpha_{Steigung}\right) \cdot \mu$$

$$F_{\text{Reibung}} = m \cdot g \cdot \cos\left(\alpha_{Steigung}\right) \cdot \mu$$

$F_{Hangabtriebskraft}$ ermitteln:

$$F_{Hangabtriebskraft} = F_{Gravitation} \cdot \sin\left(\alpha_{Steigung}\right)$$

$$F_{Hangabtriebskraft} = m \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{Steigung}\right)$$

$$\underline{\underline{F_{Gesamt} = m \cdot \frac{\Delta v\left(\Delta v + 2v_{Anfang}\right)}{2s} + m \cdot g \cdot \cos\left(\alpha_{Steigung}\right) \cdot \mu + m \cdot g \cdot \sin\left(\alpha_{Steigung}\right)}}$$

b.) $\underline{\underline{\boxed{P_{Maximal} = F_{Gesamt} \cdot v_{Ende}}}}$

c.) $\boxed{P_{Mittel} = F_{Gesamt} \cdot v_{Mittel}}$ mit $v_{Mittel} = \frac{v_{Anfang} + v_{Ende}}{2}$ ergibt sich: $\underline{\underline{P_{Mittel} = F_{Gesamt} \cdot \frac{v_{Anfang} + v_{Ende}}{2}}}$

1.5 111 Förderkorb

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ m_1,\ m_2,\ a,\ v,\ F_R,\ \mu}}$$

$$F_{Beschleunigung} = m_1\left(g+a\right) - m_2\left(g-a\right) + F_R$$

$$F_{\text{Konstant}} = F_{\text{Beschleunigung mit a=0}} = m_1\left(g+\underbrace{a}_{0}\right) - m_2\left(g-\underbrace{a}_{0}\right) + F_R = \left(m_1 - m_2\right)\cdot g + F_R$$

$$P_{Dauerleisung} = \frac{F_{\text{Konstant}}\cdot v}{\eta}$$

$$P_{Spitzenleisung} = \frac{F_{Beschleunigung}\cdot v}{\eta}$$

1.6 112 3-Zylinder-Zweitaktmotor

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ p_m,\ s,\ d,\ n}}$$

$$\boxed{P_{Zylinder} = F\cdot v}$$

$$\boxed{p_m = \frac{F}{A}} \Leftrightarrow F = p_m\cdot A \text{ mit } A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \text{ ergibt sich } F = p_m\cdot\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\boxed{v = \frac{\overbrace{2\cdot s}^{\substack{\text{1 Umdrehung =}\\ \text{2 mal Kolbenhub}}}}{t}} \Leftrightarrow v = 2\cdot s\cdot n$$

$$P_{Zylinder} = p_m\cdot\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\cdot 2\cdot s\cdot n\cdot\frac{1}{\underbrace{2}_{Taktzahl}}$$

$$P_{Motor} = 3\cdot P_{Zylinder}$$

1.7 116 Uran Spaltung

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ A_1,\ A_2,\ W}}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}m_1\cdot v_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\cdot v_2^{\,2}} \text{ und } \boxed{m_1 v_1 = m_2 v_2}.$$

Mit $v_1 = \frac{A_2}{A_1}\cdot v_2$ und $m_1 = \frac{A_1}{A_2}\cdot m_2$ ergibt sich:

$$W = \frac{1}{2}\cdot\frac{A_1}{A_2}\cdot m_2\left(\frac{A_2}{A_1}\cdot v_2\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\cdot v_2^{\,2} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2\cdot W}{\left(\frac{A_2}{A_1}+1\right)\cdot m_2}}$$

$$W_2 = \frac{1}{2}m_2\cdot v_2^{\,2} \text{ und } W_1 = W - W_2$$

1.8 117 Zusammenknallende Kugeln

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ m_1,\ m_2 = \frac{1}{2}m_1,\ h}}$$

1.) $\boxed{\cancel{m_1} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\cancel{m_1} \cdot v_1^2} \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{g \cdot h \cdot 2}$

2.) Mit $\boxed{m_1 v_1 + \cancel{m_2 v_2} = m_1 v_1' + m_2 v_2'}$ und $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ ergibt sich $\mathrm{v}_1 = v_1' + \frac{1}{2}v_2'$.

3.) Mit $v_1 = v_1' + \frac{1}{2}v_2'$ und $\boxed{v_1 + v_1' = \cancel{v_2} + v_2'}$ ergibt sich $v_1 = v_2' - v_1 + \frac{1}{2}v_2' \Leftrightarrow \underline{v_2' = \frac{4}{3}v_1}$.

4.) Mit $\boxed{\cancel{m_2} \cdot g \cdot h_2' = \frac{1}{2}\cancel{m_2} \cdot v_2'^2}$ und $v_2' = \frac{4}{3}v_1$ und $v_1 = \sqrt{g \cdot h \cdot 2}$ ergibt sich $\underline{\underline{h_2' = \frac{16}{9}h}}$.

5.) Mit $\boxed{v_1 + v_1' = \cancel{v_2} + v_2'}$ und $v_2' = \frac{4}{3}v_1$ und $v_1 = \sqrt{g \cdot h \cdot 2}$ ergibt sich $\underline{v_1' = \frac{1}{3}\sqrt{g \cdot h \cdot 2}}$.

6.) Mit $\boxed{\cancel{m_1} \cdot g \cdot h_1' = \frac{1}{2}\cancel{m_1} \cdot v_1'^2}$ und $v_1' = \frac{1}{3}\sqrt{g \cdot h \cdot 2}$ ergibt sich $\underline{\underline{h_1' = \frac{1}{9}h}}$.

1.9 122 Umfallende Stange

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ L}}$$

$\boxed{J = \int_0^L l^2 dm}$ mit $dm = \pi r^2 \cdot \rho \cdot dl$ ergibt sich $J = \pi r^2 \cdot \rho \int_0^L l^2 dl$.

Mit $J = \pi r^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{3}L^3$ und $m_{\text{stange}} = \pi r^2 \cdot \rho \cdot L$ ergibt sich $\underline{J = m_{\text{Stange}} \cdot \frac{1}{3}L^2}$.

Mit $\boxed{m \cdot g \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{2}J \cdot \omega^2}$ und $J = m_{\text{Stange}} \cdot \frac{1}{3}L^2$ ergibt sich $\omega = \sqrt{\frac{3\mathrm{g}}{\mathrm{L}}}$.

Mit $\boxed{v = \omega \cdot L \cdot \underbrace{\sin(\omega, L)}_{1}}$ und $\omega = \sqrt{\frac{3\mathrm{g}}{\mathrm{L}}}$ ergibt sich $\underline{\underline{v = \sqrt{\frac{3\mathrm{g}}{\mathrm{L}}} \cdot L}}$

1.10 123 Holzwalze mit Bleimantel

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \; m_{Holzwalze}, \; d, \; l, \; \rho_{Blei}}}$$

$$Dicke_{Blei} = r_{außen} - r_{innen} \qquad \left(r_{innen} = \frac{d}{2} \right)$$

$r_{außen}$ erzetzen duch:

$$\boxed{J_{Blei} = \int_{r_{innen}}^{r_{außen}} r^2 dm} \text{ mit } dm = 2\pi r \cdot l \cdot \rho_{Blei} \cdot dr \text{ ergibt: } J_{Blei} = 2\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei} \int_{r_{innen}}^{r_{außen}} r^3 dr$$

$$J_{Blei} = 2\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei} \frac{1}{4} \left(r_{außen}{}^4 - r_{innen}{}^4 \right) \Leftrightarrow \underline{r_{außen} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot J_{Blei}}{\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei}} + r_{innen}{}^4}} \left(Dicke_{Blei} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot J_{Blei}}{\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei}} + r_{innen}{}^4} - r_{innen} \right)$$

J_{Blei} ersetzen durch:

$$J_{Blei} = 2 \cdot J_{Holzwalze} \left(Dicke_{Blei} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot J_{Holzwalze}}{\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei}} + r_{innen}{}^4} - r_{innen} \right)$$

$J_{Holzwalze}$ ersetzen duch:

$$\boxed{J_{Holzwalze} = \int_0^{r_{innen}} r^2 dm} \text{ mit } dm = 2\pi r \cdot l \cdot \rho_{Holz} \cdot dr \text{ ergibt: } 2\pi \cdot l \cdot \rho_{Holz} \int_0^{r_{innen}} r^3 dr = \frac{1}{2} \pi \cdot l \cdot \rho_{Holz} \cdot r_{innen}{}^4.$$

Mit $m_{Holzwalze} = \pi r_{innen}{}^2 \cdot l \cdot \rho_{Holz}$ ergibt sich: $\underline{J_{Holzwalze} = \frac{1}{2} \cdot m_{Holzwalze} \cdot r_{innen}{}^2}.$

ergibt:

$$\underline{\underline{Dicke_{Blei} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot m_{Holzwalze} \cdot r_{innen}{}^2}{\pi \cdot l \cdot \rho_{Blei}} + r_{innen}{}^4} - r_{innen}}}$$

1.11 124 Rollende Walze

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ m_{Walze},\ r,\ \beta}}$$

$\boxed{J=\int_0^r r^2 dm}$ mit $dm = 2\pi r \cdot l \cdot \rho \cdot dr$ ergibt sich $J = 2\pi \cdot l \cdot \rho \int_0^r r^3 dr = 2\pi \cdot l \cdot \rho \frac{1}{4} r^4$.

Mit $m_{Walze} = \pi r^2 \cdot l \cdot \rho$ ergibt sich $J = \frac{1}{2} m_{Walze} \cdot r^2$.

$\boxed{E_{Pot} = m_{Walze} \cdot g \cdot h}$ hier $\underline{E_{Pot} = m_{Walze} \cdot g \cdot s \cdot \sin(\beta)}$

$\boxed{E_{Kin} = \frac{1}{2} m_{Walze} \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2}$ mit $\boxed{\omega = \frac{\mathrm{v}}{\mathrm{r}}}$ ergibt sich $\underline{E_{Kin} = \frac{1}{2} m_{Walze} \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{r}^2}}$

$\boxed{E_{Kin} = E_{Pot}} \Rightarrow m_{Walze} \cdot g \cdot s \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} m_{Walze} \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_{Walze} \cdot \cancel{r^2} \cdot \frac{\mathrm{v}^2}{\cancel{r^2}} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot s \cdot \sin(\beta)}$

Mit $\boxed{s = \frac{1}{2} a \cdot t^2}$ und $\boxed{v = a \cdot t}$ $\Leftrightarrow t = \frac{v}{a}$ ergibt sich $\mathrm{v} = \sqrt{2 \cdot \mathrm{a} \cdot \mathrm{s}}$.

$\sqrt{2 \cdot \mathrm{a} \cdot \mathrm{s}} = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot s \cdot \sin(\beta)} \Leftrightarrow \underline{\underline{a = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin(\beta)}}$

1.12 126 Gegenstand zwischen Erde und Mond

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ r_{ME},\ m_{mond} = \frac{1}{81} m_{Erde}}}$$

$\boxed{F_{Mond} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Mond} \cdot m_{\mathrm{Gegenstand}}}{r_{Mond}^2}}$ gleich $\boxed{F_{Erde} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Erde} \cdot m_{\mathrm{Gegenstand}}}{r_{Erde}^2}}$

$$\gamma_G \cdot \frac{m_{Mond} \cdot m_{\mathrm{Gegenstand}}}{r_{Mond}^2} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Erde} \cdot m_{\mathrm{Gegenstand}}}{r_{Erde}^2}$$

Mit $m_{Mond} = \frac{1}{81} m_{Erde}$ und $r_{Mond} = r_{EM} - r_{Erde}$ ergibt sich:

$$\cancel{\gamma_G} \cdot \frac{\frac{1}{81} \cancel{m_{Erde}} \cdot \cancel{m_{Gegenstand}}}{(r_{EM} - r_{Erde})^2} = \cancel{\gamma_G} \cdot \frac{\cancel{m_{Erde}} \cdot \cancel{m_{Gegenstand}}}{r_{Erde}^2} \Leftrightarrow \underline{\underline{r_{Erde} = \frac{9}{10} r_{EM}}}$$

1.13 128 Masse von Jupiter

$$\boxed{Gegeben:\ r_{Mond},\ T}$$

$$\boxed{F_{Zentifugal} = m_{Mond} \cdot \omega^2 \cdot r} \text{ gleich } \boxed{F_{Graviation} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Jupiter} \cdot m_{Mond}}{r_{Mond}{}^2}}$$

$$m_{Mond} \cdot \omega^2 \cdot r_{Mond} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Jupiter} \cdot m_{Mond}}{r_{Mond}{}^2}$$

mit $\boxed{\omega = \frac{v}{r_{Mond}}}$ ergibt sich:

$$\cancel{m_{Mond}} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r_{Mond}{}^2}} \cdot \cancel{r_{Mond}} = \gamma_G \cdot \frac{m_{Jupiter} \cdot \cancel{m_{Mond}}}{r_{Mond}{}^{\cancel{2}}} \Leftrightarrow m_{Jupiter} = \frac{v^2 \cdot r_{Mond}}{\gamma_G}$$

Mit $v = \frac{2 \cdot \pi r_{Mond}}{T}$ ergibt sich: $\underline{\underline{m_{Jupiter} = \frac{4\pi^2 r_{Mond}{}^3}{T^2 \cdot \gamma_G}}}$

1.14 130 Marsmission

$$\boxed{Gegeben: m_{Sonne}, r_{Erde}, r_{Mars}}$$

Halbachse der Hohmann – Elipse:

$$a_{Halbachse} = \frac{r_{Erde} + r_{Mars}}{2}$$

Geschwindigkeit von Erde und Mars:

$$F_{Zentrifugal} = F_{Gravitation}$$

$$\boxed{\cancel{m_{Planet}} \cdot \omega^2 \cdot r} = \boxed{\gamma_G \frac{\cancel{m_{Planet}} \cdot m_{Sonne}}{r^2}} \quad mit\ \omega = \frac{v}{r}\ da\ \vec{\omega} \perp \vec{r}$$

$$\frac{v^2}{\cancel{r}^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{r} = \gamma_G \frac{m_{Sonne}}{r^{\cancel{2}}} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma_G \cdot m_{Sonne}}{r}}$$

$$v_{Erde_1} = \sqrt{\frac{\gamma_G \cdot m_{Sonne}}{r_{Erde}}}; v_{Mars_1} = \sqrt{\frac{\gamma_G \cdot m_{Sonne}}{r_{Mars}}}$$

Geschwindigkeit für Hohmann – Ellipse:

$$E_{Ges} = E_{Kin} + E_{Pot}$$

$$\boxed{-\frac{1}{2}\gamma_G \frac{\cancel{m_{Raumschiff}} \cdot m_{Sonne}}{a_{Halbachse}}} = \boxed{\frac{1}{2} \cancel{m_{Raumschiff}} \cdot v^2} \boxed{-\gamma_G \frac{\cancel{m_{Raumschiff}} \cdot m_{Sonne}}{r}}$$

$$v = \sqrt{\gamma_G \cdot m_{Sonne} \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

$$v_{Erde_2} = \sqrt{\gamma_G \cdot m_{Sonne} \cdot \left(\frac{2}{r_{Erde}} - \frac{1}{a}\right)}; v_{Mars_2} = \sqrt{\gamma_G \cdot m_{Sonne} \cdot \left(\frac{2}{r_{Mars}} - \frac{1}{a}\right)}$$

Geschwindigkeitsänerung:

$$\Delta v_1 = v_{Erde_2} - v_{Erde_1}; \Delta v_2 = v_{Mars_2} - v_{Mars_1}$$

$$\underline{\underline{\Delta v_{ges} = 2 \cdot (\Delta v_1 + \Delta v_2)}}$$

132 Aluminiumhohlkugel

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ r_{außen},\ \rho_{Aluminium},\ halb\ im\ Wasser}}$$

$$Dicke_{Aluminium} = r_{außen} - r_{innen}$$

$\boxed{F_{Auftrieb} = \rho_{Wasser} \cdot g \cdot V_{Verdrängt}}$ gleich $\boxed{F_{Gravitaion} = g \cdot m_{Kugel}}$

Mit $V_{Verdrängt} = \frac{1}{2} V_{Kugel}$ und $V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r_{außen}{}^3$ und

mit $m_{Kugel} = \rho_{Alu} \cdot V_{Hohlkugel}$ und $V_{Hohlkugel} = \frac{4}{3}\pi\left(r_{außen}{}^3 - r_{innen}{}^3\right)$ ergibt sich:

$$\rho_{Wasser} \cdot \cancel{g} \cdot \frac{1}{2} \frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\pi}\, r_{außen}{}^3 = \cancel{g} \cdot \rho_{Alu} \cdot \frac{4}{\cancel{3}}\cancel{\pi}\left(r_{außen}{}^3 - r_{innen}{}^3\right) \Leftrightarrow \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{Wasser}}{2 \cdot \rho_{Alu}}} \cdot r_{außen} = r_{innen}$$

$$\underline{\underline{Dicke_{Aluminium} = r_{außen} - \left(\sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{Wasser}}{2 \cdot \rho_{Alu}}} \cdot r_{außen}\right)}}$$

1.15 133 Charles Gasballon

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ V_{Boden}, V_{Oben},\ \rho_{Wasserstoff},\ \rho_{Luft},\ m_{Ballon}}}$$

a.)

$$F_{Steigkraft} = F_{Auftrieb} - F_{Gravitaion}$$

$$\boxed{F_{Auftrieb} = \rho_{Luft} \cdot g \cdot V_{Verdrängt}} - \boxed{F_{Gravitaion} = \left(m_{Ballon} + m_{Gas}\right) \cdot g}$$

$$\underline{\underline{F_{Steigkraft} = \left(\rho_{Luft} \cdot V_{Verdrängt} - m_{Ballon} - m_{Gas}\right) \cdot g}}$$

b.)

$$\boxed{V_{Boden} \cdot p_0 = V_{Max} \cdot p_{Maxvol}} \Leftrightarrow p_{Maxvol} = \frac{V_{Boden}}{V_{Max}} \cdot p_0$$

$$\boxed{p_{Maxvol} = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}\right)}} \Leftrightarrow h = \ln\left(\frac{p_0}{p_{Maxvol}}\right) \cdot \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g}$$

$$\underline{\underline{h = \ln\left(\frac{V_{Max}}{V_{Boden}}\right) \cdot \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g}}}$$

1.16 134 Quecksilberfalsche

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \; p_{außen}, V_{Boden}, \; \rho_{Quecksilber}, \; h}}$$

$$\boxed{p_{Schwere} = \rho \cdot g \cdot h}$$

$$p_{Boden} = p_{Außen} + p_{Schwere} = p_{Außen} + \rho \cdot g \cdot h$$

$$\boxed{V_{Boden} \cdot p_{Boden} = V_{Oben} \cdot p_{Außen}} \Leftrightarrow \underline{\underline{V_{Oben} = V_{Boden} \cdot \frac{\left(p_{Außen} + \rho \cdot g \cdot h\right)}{p_{Außen}}}}$$

1.17 135 Dampfkessel

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \; h, \; s}}$$

Mit $\boxed{h = \frac{1}{2} g \cdot t^2} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ und $\boxed{v = \frac{s}{t}}$ ergibt sich: v=$\frac{\mathrm{s}}{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}}$

$$\boxed{\cancel{p_{Luftdruck}} + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \underbrace{\rho \cdot g \cdot h}_{\text{ist 0 da h=0}} = \cancel{p_{Luftdruck}} + p_{Dampfdruck}} \Leftrightarrow \underline{\underline{p_{Dampfdruck} = \frac{\rho \cdot g \cdot \mathrm{s}^2}{4 \cdot h}}}$$

2 Thermodynamik

2.1 140 Stoßfuge zwischen Eisenbahnschienen

$$\boxed{Gegeben:\ l,\ T_1,\ T_2,\ \%_{Geschlossen},\ \alpha_{Längenausgehungskoeffizient}}$$

$$T_{Schließ} = \frac{T_2 - T_1}{\%_{Geschlossen}} + T_1$$

$$\boxed{l_{Abstand} = l \cdot \alpha_{Längenausgehungskoeffizient} \cdot \left(\frac{T_2 - T_1}{\%_{Geschlossen}} \right)}$$

2.2 143 Gefäß mit Helium

$$\boxed{Gegeben:\ V,\ T,\ p_L,\ p,\ A_{Helium}}$$

a.) $\boxed{p \cdot V = N \cdot k \cdot T} \Leftrightarrow N = \frac{p \cdot V}{k \cdot T}$

b.) $\boxed{N = n \cdot N_A} \Leftrightarrow n = \frac{N}{N_A}$

c.) $\boxed{n = \frac{m}{A_{Helium}}} \Leftrightarrow m = n \cdot A_{Helium}$

2.3 147 Kalorimetergefäß aus Kupfer

$$\boxed{Gegeben:\ m_{Wasser},\ c_{Wasser},\ m_{Gefäß},\ T_{Vorher},\ m_{Kugel},\ T_{Kugel},\ T_{Nachher}}$$

$\boxed{\Delta Q_W = \left(T_{Nachher} - T_{Vorher}\right) \cdot c_{Wasser} \cdot m_{Wasser}}$ (Energie zur erwärmung des Wassers)

$\boxed{\Delta Q_K = \left(T_{Kugel} - T_{Nachher}\right) \cdot c_{Kupfer} \cdot m_{Kugel}}$ (Energie, die die Kugel mit bringt)

$\boxed{\Delta Q_G = \left(T_{Nachher} - T_{Vorher}\right) \cdot c_{Kupfer} \cdot m_{Gefäß}}$ (Energie zur erwärmung des Gefäßes)

$$\Delta Q_K - \Delta Q_W = \Delta Q_G$$

$$\left(\left(T_{Kugel} - T_{Nachher}\right) \cdot c_{Kupfer} \cdot m_{Kugel}\right) - \left(\left(T_{Nachher} - T_{Vorher}\right) \cdot c_{Wasser} \cdot m_{Wasser}\right) = \left(T_{Nachher} - T_{Vorher}\right) \cdot c_{Kupfer} \cdot m_{Gefäß}$$

$$c_{Kupfer} = \frac{c_{Wasser} \cdot m_{Wasser}}{\left(\frac{T_{Kugel} - T_{Nachher}}{T_{Nachher} - T_{Vorher}} \right) \cdot m_{Kugel} - m_{Gefäß}}$$

2.4 150 Dieselmotor

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \ \frac{V_1}{V_2}=20,\ V_1,\ T_1,\ p_1,\ \chi}}$$

a.) $\boxed{T_2 \cdot V_2^{\chi-1} = T_1 \cdot V_1^{\chi-1}}$ mit $V_2 = \frac{V_1}{20}$ ergibt sich $\underline{\underline{T_2 = T_1 \cdot 20^{\chi-1}}}$

b.) $\boxed{p_2 \cdot V_2^{\chi} = p_1 \cdot V_1^{\chi}}$ mit $V_2 = \frac{V_1}{20}$ ergibt sich $\underline{\underline{p_2 = p_1 \cdot 20^{\chi}}}$

c.)

$\boxed{W_{12} = n \cdot C_{mV}\left(T_2 - T_1\right)}$ mit $\boxed{R_m \cdot T_1 \cdot n = p_1 \cdot V_1} \Leftrightarrow n = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_m \cdot T_1}$ und $\boxed{C_{mV} = \frac{R_m}{\left(\chi - 1\right)}}$:

$$\underline{\underline{W_{12} = \frac{p_1 \cdot V_1}{\cancel{R_m} \cdot T_1} \cdot \frac{\cancel{R_m}}{\left(\chi-1\right)} \cdot \left(T_2 - T_1\right)}}$$

2.5 154 Carnotprozess

$$\boxed{\boxed{Gegeben: \ T_3,\ T_1,\ p_3,\ p_4,\ V_3,\ V_4,\ \chi}}$$

$\boxed{T_3 \cdot V_3^{\chi-1} = T_2 \cdot V_2^{\chi-1}}$ mit $T_2 = T_1$ ergibt sich: $\underline{\underline{V_2 = \sqrt[\chi-1]{\frac{T_3}{T_1}} \cdot V_3}}$.

$\boxed{T_4 \cdot V_4^{\chi-1} = T_1 \cdot V_1^{\chi-1}}$ mit $T_4 = T_3$ ergibt sich: $\underline{\underline{V_1 = \sqrt[\chi-1]{\frac{T_3}{T_1}} \cdot V_4}}$.

$\boxed{p_1 \cdot V_1^{\chi} = p_4 \cdot V_4^{\chi}} \Leftrightarrow \underline{\underline{p_1 = p_4 \cdot \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\chi}}}$.

$\boxed{p_2 \cdot V_2^{\chi} = p_3 \cdot V_3^{\chi}} \Leftrightarrow \underline{\underline{p_2 = p_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\chi}}}$.

$\boxed{Q_{34} = -n \cdot R_m \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}$ mit $\boxed{n = \frac{p_3 \cdot V_3}{R_m \cdot T_3}}$ ergibt sich: $\underline{\underline{Q_{34} = -p_3 \cdot V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}}$.

$\boxed{Q_{12} = -n \cdot R_m \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}$ mit $\boxed{n = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_m \cdot T_1}}$ ergibt sich: $\underline{\underline{Q_{12} = -p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}}$.

$$\underline{\underline{\boxed{\eta_{ThC} = 1 - \left(\frac{T_1}{T_3}\right)}}}$$

2.6 155 Wirkungsgrad des Ottomotors

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ V_2,\ V_1,\ \chi}}$$

$$\boxed{\eta_{Th}=\frac{|W|}{Q_{zu}}} \text{ mit } \boxed{|W|=Q_{zu}-|Q_{Ab}|} \text{ und } \boxed{Q_{zu}=Q_{23}=n\cdot C_{mV}\cdot(T_3-T_2)} \text{ und } \boxed{Q_{ab}=Q_{41}=n\cdot C_{mV}\cdot(T_4-T_1)}$$

$$\text{ergibt sich: } \eta_{Th}=\frac{\left(n\cdot C_{mV}\cdot(T_3-T_2)\right)-\left(n\cdot C_{mV}\cdot(T_4-T_1)\right)}{n\cdot C_{mV}\cdot(T_3-T_2)}=\underline{1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}}$$

$$\boxed{T_1\cdot V_1^{\chi-1}=T_2\cdot V_2^{\chi-1}} \Leftrightarrow \underline{T_1=T_2\cdot\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}}.$$

$$\boxed{T_3\cdot V_3^{\chi-1}=T_4\cdot V_4^{\chi-1}} \Leftrightarrow T_4=T_3\cdot\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\chi-1} \text{ mit } V_1=V_4 \text{ und } V_2=V_3 \text{ ergibt sich: } \underline{T_4=T_3\cdot\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}}.$$

Alles zusammen:

$$\eta_{Th}=1-\frac{T_3\cdot\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}{}_4-T_2\cdot\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}}{T_3-T_2}=\underline{\underline{1-\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}}}$$

2.7 156 Viertakt Motorradmotor

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ V_{Hubraum},\ p,\ n,\ \eta,\ H}}$$

$$\boxed{W_{Motor}=p\cdot V_{Hubraum}}$$

$$\boxed{P_{Mech}=\frac{W_{Motor}}{2\cdot\frac{1}{\underbrace{n}_{t}}}} \quad \left(P_{Mech}=\frac{p\cdot V_{Hubraum}\cdot n}{2}\right)$$

$$P_{Therm}=\frac{P_{Mech}}{\eta} \quad \left(P_{Therm}=\frac{p\cdot V_{Hubraum}\cdot n}{2\cdot\eta}\right)$$

$$\boxed{E_{Stunde}=P_{Therm}\cdot 3600s} \quad \left(E_{Stunde}=\frac{p\cdot V_{Hubraum}\cdot 3600s\cdot n}{2\cdot\eta}\right)$$

$$m_{Benzin}=\frac{E_{Stunde}}{H} \quad \left(m_{Stunde}=\frac{p\cdot V_{Hubraum}\cdot 3600s\cdot n}{2\cdot\eta\cdot H_{Heizwert}}\right)$$

$$\underline{\underline{m_{Benzin}=\frac{p\cdot V_{Hubraum}\cdot n\cdot 3600s}{2\cdot\eta\cdot H_{Heizwert}}}}$$

2.8 157 Entropie von Wasser und Ethylalkohol

$$\boxed{\boxed{Gegeben: m_W, T_W, c_W, m_E, T_E, c_E}}$$

$Mit \boxed{\Delta S = \int_1^2 \frac{1}{T} dQ_{rev}}$ $und \boxed{dQ_{rev} = C \cdot dT}$ und $\boxed{C = m \cdot c}$ ergeben:

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \int_1^2 \frac{1}{T} dT \Rightarrow \underline{\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

$\boxed{T_{Mischung} = \frac{(Q_W + Q_E)}{(C_W + C_E)}}$ mit $\boxed{C = m \cdot c}$ und $\boxed{Q = m \cdot c \cdot T}$ ergibt sich: $T_{Mischung} = \frac{c_W \cdot m_W \cdot T_W + c_E \cdot m_E \cdot T_E}{c_W \cdot m_W + c_E \cdot m_E}$

$\underline{\underline{\Delta S_W = m_W \cdot c_W \cdot \ln\left(\frac{T_{Michung}}{T_1}\right)}}$ und $\underline{\underline{\Delta S_E = m_E \cdot c_E \cdot \ln\left(\frac{T_{Michung}}{T_2}\right)}}$ und $\underline{\underline{\Delta S_{Gesamt} = \Delta S_W + \Delta S_E}}$

2.9 160 Die zwei Kupferklumpen

$$\boxed{\boxed{Gegeben: m_{Kupferteil}, T_{Kalt}, T_{Heiß}, c_{Kupfer}}}$$

$Mit \boxed{\Delta S = \int_1^2 \frac{1}{T} dQ_{rev}}$ $und \boxed{dQ_{rev} = C \cdot dT}$ und $\boxed{C = m \cdot c}$ ergeben:

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \int_1^2 \frac{1}{T} dT \Rightarrow \underline{\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

Entropie Änderung wenn man einen Kupferteil von 10°C auf 30°C aufheitzt:

$$\Delta S_{Einzel} = m_{Kupferteil} \cdot c_{Kupfer} \cdot \ln\left(\frac{T_{Heiß}}{T_{Kalt}}\right)$$

Entropie Änderung wenn man beide Kupferteile von 10°C auf 20°C aufheitzt:

$$\Delta S_{Zusammen} = 2 \cdot m_{Kupferteil} \cdot c_{Kupfer} \cdot \ln\left(\frac{T_{Ausgleich}}{T_{Kalt}}\right)$$

$$\underline{\underline{\Delta S_{Gesamt} = \Delta S_{Zusammen} - \Delta S_{Einzel}}}$$

3 Elektrodynamik

3.1 163 Heizwendel eines elektrischen Ofens

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ l,\ U,\ T_1,\ T_2,\ \sigma,\ \rho}}$$

$\boxed{P = \sigma \cdot \varepsilon \cdot A_{Oberfläche} \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}$ und $A = 2\pi r \cdot l$ ergeben: $\underline{P = \sigma \cdot \varepsilon \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}$

$\boxed{P = U \cdot I}$ und $\boxed{I = \frac{U}{R}}$ und $\boxed{R = \frac{\rho \cdot l}{A_{Querschnitt}}}$ und $A = \pi r^2$ ergeben: $\underline{P = \frac{U^2 \cdot \pi r^2}{\rho \cdot l}}$

$$\sigma \cdot \varepsilon \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right) = \frac{U^2 \cdot \pi r^2}{\rho \cdot l} \Leftrightarrow \underline{\underline{d = 2 \cdot r = \frac{4 \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot l^2 \cdot \rho}{U^2} \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}}$$

3.2 203 Schwebende Wattekugel

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ m,\ Q,\ d}}$$

$$\boxed{F_{Feldkraft} = E \cdot Q} = \boxed{m_{Watte} \cdot g = F_{Gravitation}}$$

Mit $\boxed{E = \frac{U}{d}}$ ergibt sich: $\frac{U \cdot Q}{d} = m_{Watte} \cdot g \Leftrightarrow \underline{\underline{U = \frac{m_{Watte} \cdot g \cdot d}{Q}}}$ $\left(\text{Einheit ist } \frac{N \cdot m}{C}\right)$

Zeigen, dass $\frac{N \cdot m}{C}$ gleich V ist: $\boxed{W = Q \cdot U} \Leftrightarrow \frac{W}{Q} = U \overset{Einheiten}{\Rightarrow} \underline{\underline{V = \frac{N \cdot m}{C}}}$

3.3 208 Massenzunahme des Elektrons

$\boxed{E_{Kin} = Q \cdot U = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0 \cdot c^2}$ mit $Q = e$ ergibt sich:

$v = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{\overbrace{e \cdot U}^{1MeV}}{m_0 \cdot c^2} + 1\right)^2}} \cdot c$, dann v einsetzen in: $\underline{\underline{\boxed{\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}}}$

3.4 209 Elektron fliegt durch Plattenkondensator

$$\boxed{\boxed{Gegeben: V_{Parallel}, U, r, d}}$$

$$\boxed{v_{Y-Richtung} = a_{Y-Richtung} \cdot t_{Durchflug}}$$

Mit $\boxed{v_{X-Richtung} = \frac{2 \cdot r}{t_{Durchflug}}} \Leftrightarrow t_{Durchflug} = \frac{2 \cdot r}{v_{X-Richtung}}$ und

mit $\boxed{a_{Y-Richtung} = \frac{F}{m_{Elektron}}}$ und $\boxed{F = Q \cdot E}$ und $\boxed{E = \frac{U}{d}}$ und $Q = e$ ergibt sich:

$$\underline{v_{Y\text{-}Richtung} = \frac{U \cdot e}{m_{Elektron} \cdot d} \cdot \frac{2 \cdot r}{v_{X-Richtung}}}$$

$$\underline{\underline{\varphi_{Ablenk} = \arctan\left(\frac{v_{Y-Richtung}}{v_{X-Richtung}}\right) = \arctan\left(\frac{U \cdot e \cdot 2 \cdot r}{m_{Elektron} \cdot d \cdot v_{X-Richtung}{}^{2}}\right)}}$$

3.5 214 Ankerwicklung

$$\boxed{\boxed{Gegeben: d, R, N, l, n, P_{zu}, \eta, U_{Quell}}}$$

Mit $P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}$ und $\boxed{I = \frac{P_{Zu}}{U_{Quell}}}$ und $\boxed{U_{\text{Widerstand}} = R \cdot I}$ ergibt sich: $U_{\text{Widerstand}} = R \cdot \frac{P_{ab}}{U_{Quell} \cdot \eta}$.

$U_{Klemm} = U_{Quell} - U_{\text{Widerstand}}$

$$\boxed{U_{Klemm} = -N\left(\underbrace{\frac{dB}{dt} \cdot A_n}_{\text{ist 0 da Generator}} + \frac{dA_n}{dt} \cdot B\right)} \Leftrightarrow B = \frac{|U_{Klemm}| \cdot dt}{N \cdot n \cdot dA_n}$$ mit $dA_n = \pi \cdot d \cdot l$ ergibt: $\underline{\underline{B = \frac{|U_{Klemm}| \cdot dt}{N \cdot n \cdot \pi \cdot d \cdot l}}}$

4 Optik

4.1 215 Astronaut mit Hohlspiegel

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ r,\ y,\ y'}}$$

$$\boxed{\frac{1}{g}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}} \text{ mit } \boxed{\frac{b}{g}=\frac{y'}{y}} \Leftrightarrow b=\frac{y'}{y}\cdot g \text{ und } \boxed{f=\frac{r}{2}} \text{ ergibt sich: } \underline{\underline{g=\frac{1}{2}r\cdot\left(\frac{y}{y'}+1\right)}}$$

4.2 216 Kleinbildkamera

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ f,\ g_{1_{\min}},\ g_{1_\infty},\ d_{Ring}}}$$

Ohne Ring:

$$Bei\ g_{1_{\min}}:\ \boxed{\frac{1}{b}+\frac{1}{g_{1_{\min}}}=\frac{1}{f}} \Leftrightarrow \underline{\underline{b_{1_{\min}}=\frac{f\cdot g_{1_{\min}}}{g_{1_{\min}}-f}}} \qquad Bei\ g_{1_\infty}:\ \boxed{\frac{1}{b}+\frac{1}{\underbrace{g_{1_\infty}}_{\text{gegen } 0}}=\frac{1}{f}} \Rightarrow \underline{\underline{b_{1_\infty}=f}}$$

Mit Ring:

$$Bei\ b_{2_\infty}:\ \boxed{\frac{1}{g_{2_\infty}}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b_{2_\infty}}} \Rightarrow \underline{\underline{g_{2_\infty}=\frac{b_{2_\infty}\cdot f}{b_{2_\infty}-f}}} \ mit\ b_{2_\infty}=b_{1_\infty}+d_{Ring}$$

$$Bei\ b_{2_{\min}}:\ \boxed{\frac{1}{g_{2_{\min}}}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b_{2_{\min}}}} \Rightarrow \underline{\underline{g_{2_{\min}}=\frac{b_{2_{\min}}\cdot f}{b_{2_{\min}}-f}}} \ mit\ b_{2_{\min}}=b_{1_{\min}}+d_{Ring}$$

4.3 218 Laserbündel im Lichtleiter

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ n',\ n}}$$

$$\boxed{\sin(\varepsilon_g)=\frac{n}{n'}} \Leftrightarrow \varepsilon_g=\arcsin\left(\frac{n}{n'}\right). \text{ Mit } \boxed{\frac{\sin(\varepsilon)}{\sin(\varepsilon')}=\frac{n'}{n}} \text{ und } \varepsilon'=90°-\varepsilon_g \text{ ergibt sich:}$$

$$\varepsilon=\arcsin\left(\frac{n'}{n}\cdot\sin(\varepsilon')\right) \qquad \left(\varepsilon=\arcsin\left(\frac{n'}{n}\cdot\sin\left(90°-\arcsin\left(\frac{n}{n'}\right)\right)\right)\right)$$

<u>Totalreflektion von 0° bis ε.</u>

4.4 219 Lichtstrahl durch ein Prisma

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ \alpha_{\text{Einfall}},\ n',\ n}}$$

$$\boxed{\frac{\sin(\alpha_{\text{Einfall}})}{\sin(\alpha'_{\text{Einfall}})}=\frac{n'}{n}}\Leftrightarrow \alpha'_{\text{Einfall}}=\arcsin\left(\frac{n}{n'}\cdot\sin(\alpha_{\text{Einfall}})\right).$$

$$\alpha'_{\text{Ausfall}}=180°-(360°-90°-90°-60°)-\alpha'_{\text{Einfall}}$$

$$\boxed{\frac{\sin(\alpha'_{\text{Ausfall}})}{\sin(\alpha_{\text{Ausfall}})}=\frac{n}{n'}}\Leftrightarrow \alpha_{\text{Ausfall}}=\arcsin\left(\frac{n'}{n}\cdot\sin(\alpha'_{\text{Ausfall}})\right)$$

$$\underline{\underline{\beta_{Gesamt}=\left|\alpha_{\text{Einfall}}-\alpha'_{\text{Einfall}}\right|+\left|\alpha_{\text{Ausfall}}-\alpha'_{\text{Ausfall}}\right|}}$$

4.5 221 Reflektionsgitter

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ g,\ \beta,\ d,\ \lambda_{He\text{-}Ne\text{-}Laser},\ \lambda_{Na_1},\ \lambda_{Na_2},\ b_{Gitter}}}$$

a.)

$$\boxed{g(\sin(\alpha_m)-\sin(\beta))=\underbrace{-}_{\pm}m\cdot\lambda}\Leftrightarrow \alpha_m=\arcsin\left(\sin(\beta)-m\cdot\frac{\lambda}{g}\right)\text{ mit}$$

$$\tan(\alpha_m)=\frac{l_m}{d}\Leftrightarrow l_m=\tan(\alpha_m)\cdot d\text{ ergibt: }l_m=\tan\left(\arcsin\left(\sin(\beta)-m\cdot\frac{\lambda}{g}\right)\right)\cdot d$$

b.)

$$\boxed{A_{Gitter}=m\cdot N}\text{ mit }N=\frac{b}{g}\text{ und }m=1\text{ ergibt }A_{Gitter}=\frac{b}{g}.$$

$$\boxed{A_{Na}=\frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}}$$ Wenn $A_{Gitter}>A_{Na}$ dann ok, ansonsten nicht ok.

4.6 222 Echelette-Gitter

$$\boxed{\boxed{Gegeben:\ g,\ \lambda,\ \beta}}$$

a.)

$$\boxed{g(\sin(\alpha_1)-\sin(\beta))=\pm\underbrace{m}_{1}\cdot\lambda}\Leftrightarrow \alpha_1=\arcsin\left(\sin(\beta)\pm\frac{\lambda}{g}\right)$$

$$\underline{\underline{\alpha_{1_+}=\arcsin\left(\sin(\beta)+\frac{\lambda}{g}\right)}}\text{ und }\underline{\underline{\alpha_{1_-}=\arcsin\left(\sin(\beta)-\frac{\lambda}{g}\right)}}$$

b.)

$\boxed{g\left(\sin(\alpha_1)-\sin(\beta)\right)=\pm\underbrace{m}_{1}\cdot\lambda}$ und $\boxed{g\left(\sin(\beta-2\cdot\theta)-\sin(\beta)\right)=\pm\underbrace{m}_{1}\cdot\lambda_B}$ wenn $\lambda=\lambda_B$ ergibt sich:

$\alpha_1=\beta-2\cdot\theta \Leftrightarrow \theta=\frac{1}{2}(\beta-\alpha_1)$ da nur posivie Winkel für θ möglich: $\underline{\underline{\theta=\frac{1}{2}(\beta-\alpha_{1\_})}}$

4.7 223 Die drei Polarisatoren

$\boxed{\boxed{Gegeben:\ I_0,\ \alpha}}$

$$I_{Gesamt}=I_{\text{Anfang}}\cdot\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\,d\varphi=I_{\text{Anfang}}\left(\frac{1}{2}\varphi+\frac{1}{4}\cdot\sin(2\varphi)\right)=I_{\text{Anfang}}\left(\pi+\frac{1}{4}\cdot\sin(4\pi)\right)=\underline{I_{\text{Anfang}}\cdot\pi}$$

$$I_1=\frac{I_{Gesamt}}{2\pi}=\frac{I_{Anfang}\cdot\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}}=\underline{\frac{I_{Anfang}}{2}}$$

$\boxed{I_2=I_1\cdot\cos^2\varphi}$ *einsetzen in* $\boxed{I_3=I_2\cdot\cos^2\varphi}$ *ergibt*: $\underline{I_3=I_1\cdot\cos^4\varphi}$

$$\underline{\underline{I_3=\frac{I_{Anfang}}{2}\cdot\cos^4\varphi}}$$

4.8 224 Natrium Lampe

$\boxed{\boxed{Gegeben:\ \lambda,\ P,\ d,\ f}}$

a.)

$\boxed{E_{Lichtquanten}=h_{Plank}\cdot f}$ und $\boxed{c=f\cdot\lambda}$ ergibt: $\underline{\underline{E_{Lichtquanten}=h\cdot\frac{c}{\lambda}}}$

b.)

$\boxed{E_{Sekunde}=P\cdot t}$ und $N=\frac{E_{Sekunde}}{E_{Lichtquanten}}$ ergeben: $\underline{\underline{N=\frac{P\cdot t}{E_{Lichtquanten}}}}$

c.)

$P_{Empfänger}=P\cdot\frac{A_{Linse}}{A_{Lichtkugel}}$ mit $A_{Lichtkugel}=4\pi(2\cdot f)^2=\underline{16\pi\cdot f^2}$ und $A_{Linse}=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\underline{\pi\frac{d^2}{4}}$ ergibt:

$$\underline{\underline{P_{Empfänger}=P\cdot\frac{\pi d^2}{64\pi\cdot f^2}=P\cdot\left(\frac{d}{8f}\right)^2}}.$$

4.9 243 Ionisierungsarbeit des Wasserstoffatoms

Viel zu krass.

4.10 244 Wellenlänge der Resonanzlinie

$$\boxed{\boxed{Gegeben: n_1, n_2}}$$

$$\boxed{f = R \cdot c \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^{\;2}} - \frac{1}{n_2^{\;2}} \right)} \; und \; \boxed{\lambda = \frac{c}{f}} \; ergibt: \underline{\underline{\lambda = \frac{1}{R \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1^{\;2}} - \frac{1}{n_2^{\;2}} \right)}}}$$

$a.)$ *für Wasserstoffatom* $Z = 1$

$b.)$ *für Heliumatom* $Z = 2$

4.11 246 Neutronenzählrohr

$$\boxed{\boxed{Gegeben: m_B, m_{Li}, m_\alpha, m_n}}$$

$$\Delta m = \left(m_B + m_n \right) - \left(m_{Li} + m_\alpha \right)$$

$$\boxed{E_{ges} = \Delta m \cdot c^2}$$

$$E_{ges} = E_{Kin_{Li}} + E_{Kin_\alpha}$$

$$E_{ges} = E_{Kin_{Li}} + \boxed{\frac{1}{2} m_\alpha \cdot v_\alpha^{\;2}} \qquad mit \; \boxed{m_{Li} \cdot v_{Li} = m_\alpha \cdot v_\alpha} \Leftrightarrow v_\alpha = \frac{m_{Li}}{m_\alpha} \cdot v_{Li}$$

$$E_{ges} = E_{Kin_{Li}} + \frac{1}{2} \cancel{m_\alpha} \cdot \frac{m_{Li}^{\;2}}{m_\alpha^{\cancel{2}}} \cdot v_{Li}^{\;2} = E_{Kin_{Li}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot m_{Li} \cdot v_{Li}^{\;2}}_{E_{Kin_\alpha}} \cdot \frac{m_{Li}}{m_\alpha}$$

$$E_{ges} = E_{Kin_{Li}} \left(1 + \frac{m_{Li}}{m_\alpha} \right) = E_{Kin_1} \frac{m_{Li} + m_\alpha}{m_\alpha} \Leftrightarrow \underline{\underline{E_{Kin_{Li}} = E_{ges} \cdot \frac{m_\alpha}{m_{Li} + m_\alpha}}}$$

$$\underline{\underline{E_{Kin_\alpha} = E_{ges} - E_{Kin_{Li}}}}$$

4.12 248 Fusion von Wasserstoff und Helium

$$\boxed{\boxed{Gegeben: m, AG_H, AG_{He}}}$$

1. *Zahl der Fusionen berechnen* N_F :

$$N_H = \frac{m}{AG_H \cdot AME}$$

$$N_F = \frac{N_H}{4} = \underline{\frac{m}{4 \cdot AG_H \cdot AME}}$$

2. *Energie bei einer Fusion* E_H *berechnen*:

$$\Delta m = \left(4 \cdot AG_H - AG_{He}\right) \cdot AME$$

$$E_H = \Delta m \cdot c^2 = \underline{\left(4 \cdot AG_H - AG_{He}\right) \cdot AME \cdot c^2}$$

3. *Gesamtenergie* E_{ges} *berechnen*:

$$E_{ges} = E_H \cdot N_F = \frac{\left(4 \cdot AG_H - AG_{He}\right) \cdot c^2 \cdot m}{4 \cdot AG_H}$$

4. *Gesamtenergie* E_{ges} *in kWh* E_{kWh} *umformen*:

$$\underline{\underline{E_{kWh} = \frac{E_{ges}}{60 \cdot 60 \cdot 1000}}}$$